

## Transzportfolyamatok

- F69. Egy duplafalú ablak üvegeinek távolsága 5,00 cm. Mekkora a hőátadás sebessége vezetés útján egy 25,0 °C hőmérsékletű, meleg szobából a -10 °C-os környezetbe az ablak 1,00 m<sup>2</sup> felületén keresztül? A levegőre  $\kappa = 0,0241 \text{ J K}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$  273,0 K-en és 1,00 atm nyomáson.

$$\mathcal{J}_z(\text{energia}) = -\kappa \cdot \frac{dT}{dz}$$

$$\mathcal{J} = -0,0241 \cdot \frac{-35 \text{ K}}{5 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 16,87 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Tehát 1 m<sup>2</sup> felületre 16,87 J/s jut.

F70. Manométert kapcsolunk kisnyomású nitrogéngázt tartalmazó üvegbúrához. A gázt kiengedtük egy kicsi lyukon keresztül és a manométerben a folyadékszint 18,5 s alatt 65,1 cm magasságról 42,1 cm magasságra csökkent. Ha egy fluorozott szénhidrogénnel végeztük a kísérletet, akkor ugyanilyen nyomásváltozáshoz 82,3 s-ra volt szükség. Számítsuk ki az utóbbi gáz moláris tömegét.

$$\text{Effúzió: } z_w \cdot A_0 = \frac{p \cdot A_0}{(2\pi m kT)^{1/2}} = \text{rádösség alatt zárt molekulák száma.}$$

Graham-féle effúziós törvény: az effúzió sebessége fordítottan arányos a moláris tömeg négyzetgyökével.

$$t \sim \sqrt{M} \quad (\text{az arányossági tényező nem kell a károláshoz}).$$

$$\frac{t_1}{t_2} = \left( \frac{M_1}{M_2} \right)^{1/2}$$

$$t_1 = 18,5 \text{ s}$$

$$t_2 = 82,3 \text{ s}$$

$$M_1 = 28,02 \text{ g/mol (N}_2\text{)}$$

$$\frac{t_1^2}{t_2^2} = \frac{M_1}{M_2}$$

$$M_2 = \frac{M_1 \cdot t_2^2}{t_1^2} = \underline{\underline{554,53 \text{ g/mol}}}$$

F71. Számítsuk ki a levegő viszkozitását

a. 273,15 K,

b. 293,15 K és

c. 873,15 K hőmérsékleten. Legyen  $\sigma = 0,40 \text{ nm}^2$ . (A kísérleti értékek rendre 173  $\mu\text{P}$  273,15 K-en, 182  $\mu\text{P}$  20,0 °C-on és 298  $\mu\text{P}$  600,0 °C-on.)

$$\eta = \frac{1}{3} \lambda \bar{c} m \sqrt{r} = \frac{m \cdot \bar{c}}{3 \cdot 127 \cdot \sigma}$$

$$\bar{c} = \left( \frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2}$$

$\sigma$ : ütözési katasztrófa-keresztmetszet

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

(Boltzmann-állandó)

Levegőre  $\bar{M} = 29 \text{ g/mol}$ 

$$m = \frac{\bar{M}}{N_A} = \frac{29 \text{ g/mol}}{6022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 4,81568 \cdot 10^{-26} \text{ g} = 4,81568 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\sigma = 0,4 \text{ nm}^2 = 0,4 \cdot 10^{-18} \text{ m}^2$$

SI mértékegységekkel kellene!

a)  $T = 273,15 \text{ K}$

(Átváltás:  $1 \mu\text{P} = 10^{-7} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ )

$$\bar{c} = 446,57 \text{ m/s}$$

$$\eta_{\text{számolt}} = 1,2672 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{126,72 \mu\text{P}}}$$

A kísérleti (valós) értékhez képesti hiba:

$$\frac{126,72 - 173}{173} \cdot 100 = \underline{\underline{-26,75\%}}$$

b)  $T = 293,15 \text{ K}$

$$\bar{c} = 462,63 \text{ m/s}$$

$$\eta_{\text{számolt}} = 1,3128 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{131,28 \mu\text{P}}}$$

$$\text{Értékek} = \frac{131,28 - 182}{182} \cdot 100 = \underline{\underline{-27,87\%}}$$

c)  $T = 873,15 \text{ K}$

$$\bar{c} = 798,42 \text{ m/s}$$

$$\eta_{\text{számolt}} = 2,2656 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{226,56 \mu\text{P}}}$$

$$\text{Értékek} = \frac{226,56 - 298}{298} = \underline{\underline{-23,97\%}}$$

F72. Számítsuk ki, hogy mekkora nyomással kell betáplálni a nitrogéngázt egy 8,50 m hosszúságú, 1,00 cm átmérőjű csőbe, hogy 293 K hőmérsékleten  $9,50 \cdot 10^5 \text{ dm}^3 \text{ h}^{-1}$  áramlási sebességet érjünk el. A gáz 1,00 bar nyomáson hagyja el a csövet, és erre a nyomásra vonatkozik a megadott térfogati sebesség is. A gáz viszkozitása  $176 \mu\text{P}$ .

Poiseuille - egyenlet ( $r$  sugari csőben áramló, tökéletesen tekinthető gáz viszkozitása):

$$\frac{dV}{dt} = \frac{(p_1^2 - p_2^2) \pi \cdot r^4}{16 \cdot l \cdot \eta \cdot p_0}$$

$$p_1 = ?$$

$$p_2 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_0 = 10^5 \text{ Pa} \text{ (az a nyomás, amelyen a térfogatot mérjük)}$$

$$l = 8,5 \text{ m}$$

$$r = 0,005 \text{ m}$$

$$\eta = 176 \mu\text{P} = 1,76 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{dV}{dt} = 9,50 \cdot 10^5 \text{ dm}^3/\text{h} = 9,5 \cdot 10^2 \text{ m}^3/\text{h} = 0,2638 \text{ m}^3/\text{s}$$

⇓ Mindent SI-ben kell beírni!

$$0,2638 = \frac{(p_1^2 - (10^5)^2) \cdot \pi \cdot (0,005)^4}{16 \cdot 8,5 \cdot 1,76 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5}$$

$$p_1 = 2,0535 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \underline{\underline{2,0535 \text{ bar}}}$$



F73. Egy 4,0 mm átmérőjű,  $7,9 \text{ g cm}^{-3}$  sűrűségű acélgolyó esési ideje 1,0 m vastagságú,  $1,1 \text{ g cm}^{-3}$  sűrűségű olajrétegen át 55 s. Számítsuk ki az olaj viszkozitását poise-ban.

A test körül lamináris áramlás van (elegendően nagy sebességgel mozog).

Stokes-formula:  $F_{\text{Stokes}} = 6\pi\eta r v$  ↑  
 gravitáció:  $F_{\text{grav.}} = m_{\text{acél}} \cdot g$  ↓  
 felhajtó erő:  $F_{\text{felh.}} = \rho_{\text{olaj}} \cdot V_{\text{gömb}} \cdot g$  ↑

Egyensúlyban a  
 vektori eredő-  
 ük 0.

$$V_{\text{gömb}} = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$v = \frac{2g}{9\eta} (\rho_{\text{acél}} - \rho_{\text{olaj}}) \cdot r^2$$

$$\frac{1 \text{ m}}{55 \text{ s}} = \frac{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{9\eta} (7900 \text{ kg/m}^3 - 1100 \text{ kg/m}^3) (0,002 \text{ m})^2$$

$$\eta = 3,26128 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} = 32,6128 \text{ P}$$

(Átváltás:  $10 \text{ P} = 1 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ )

F74. Bizonyos térfogatú n-heptán 83,8 s alatt folyik át a viszkoziméter kapillárisán, azonos térfogatú víz átfolyási ideje ugyanezen a viszkoziméteren 142,3 s. A kísérleti hőmérséklet 20,0 °C. Mekkora a n-heptán viszkozitása 20,0 °C-on? E hőmérsékleten a n-heptán sűrűsége 0,689 g cm<sup>-3</sup>, a víz viszkozitása 0,01009 P, sűrűsége pedig 0,9982 g cm<sup>-3</sup>.

Ostwald-féle kapilláris viszkoziméter:

$$\frac{V}{t} = \frac{\pi}{8l} \cdot \frac{\rho g h}{\eta} r^4$$

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\rho_2 t_2}{\rho_1 t_1}$$

$$\eta_2 = \frac{\rho_2 t_2 \eta_1}{\rho_1 t_1} = \underline{\underline{0,0041014 \text{ P}}}$$

1: víz

2: n-heptán

$$t_1 = 142,3 \text{ s}$$

$$t_2 = 83,8 \text{ s}$$

$$\rho_1 = 0,9982 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_2 = 0,689 \text{ g/cm}^3$$

$$\eta_1 = 0,01009 \text{ P}$$

F75. Híg cukoroldatot 10,00 cm hosszú csőben helyezünk el úgy, hogy a koncentrációban lineáris gradienst hozunk létre: a kezdeti koncentráció a cső bal szélén  $0,100 \text{ mol dm}^{-3}$ , a jobb szélén pedig  $0,0500 \text{ mol dm}^{-3}$ . A kísérletet  $298 \text{ K}$  hőmérsékleten végezzük. Számítsa ki a kémiai potenciál gradienséből származó, a részecskéket mozgásba hozó termodinamikai erőt a cső közepén, a kísérlet kezdeti pillanatában.

Koncentrációgradiensből származó TD erő:  $\mathcal{F}$

Ideális oldat:  $a = \frac{c}{c_0}$

$$\mathcal{F} = - \left( \frac{\partial \mu}{\partial X} \right)_{p,T}$$

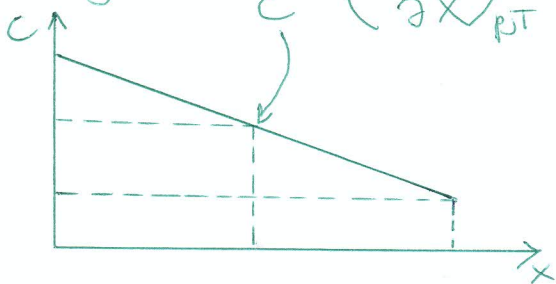
↑  
maximális entropia, kémiai potenciál csökkenése

$$\mu = \mu^\ominus + RT \ln a$$

$$\mathcal{F} = -RT \left( \frac{\partial \ln a}{\partial X} \right)_{p,T} \quad \text{és} \quad \left( \frac{\partial \ln a}{\partial X} \right)_{p,T} = \frac{1}{a} \left( \frac{\partial a}{\partial X} \right)_{p,T}$$

Az aktivitás (a) helyére koncentrációt (c) írhatunk.

$$\mathcal{F} = - \frac{RT}{c} \left( \frac{\partial c}{\partial X} \right)_{p,T}$$



$$c = \frac{0,1 + 0,05}{2} = 0,075 \text{ mol/dm}^3$$

$$\Delta c = 0,1 - 0,05 = 0,05 \text{ mol/dm}^3$$

$$\Delta X = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$$

$$\mathcal{F} = - \frac{RT}{c} \cdot \frac{\Delta c}{\Delta X} = - \frac{8,314 \cdot 298,15}{0,075} \cdot \frac{0,05}{0,1} =$$

$$= \underline{\underline{1,6525 \cdot 10^4 \text{ N/mol}}} \quad (\text{vagy } \text{J m}^{-1} \text{ mol}^{-1})$$

- F76. Koncentrált szaharózoldatot (5,0 g cukor/5,0 cm<sup>3</sup> víz) öntünk egy 5,0 cm átmérőjű hengerbe. Az oldatra 1,0 liter vizet rétegezzünk óvatosan úgy, hogy keveredés nem történik. A diffúzió hatását figyelembe véve (a gravitációs tértől eltekintünk) számítsa ki a koncentrációt a rétegtől 5,0 cm magasságban
- 10 másodperc,
  - 10 perc,
  - 10 óra és
  - 1,0 év elteltével. A cukor moláris tömege 342 g mol<sup>-1</sup>, a diffúziós együtthatója pedig 0,5216·10<sup>-9</sup> m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>.

Ficse II. törvénye (diffúzióegyenlet):  $\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$

$$x = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$$

$$n_0 = \frac{5 \text{ g}}{342 \text{ g/mol}} = 0,01462 \text{ mol}$$

$$A = r^2 \pi = (0,025 \text{ m})^2 \pi = 1,963495 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$D = 0,5216 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

Megoldás erre a határfeltételre:

$$c = \frac{n_0 \cdot e^{-\frac{x^2}{4Dt}}}{A (\pi Dt)^{1/2}}$$

a)  $t = 10 \text{ s}$

$$\underline{c \approx \phi \text{ mol/dm}^3}$$

b)  $t = 600 \text{ s}$

$$\underline{c \approx \phi \text{ mol/dm}^3}$$

c)  $t = 36000 \text{ s}$

$$c = 3,3987 \cdot 10^{-12} \text{ mol/m}^3 \approx \underline{\underline{3,40 \cdot 10^{-15} \text{ mol/dm}^3}}$$

d)  $t = 3600 \cdot 24 \cdot 365,25 = 31557600 \text{ s}$

$$c = 31,523 \text{ mol/m}^3 = \underline{\underline{0,031523 \text{ mol/dm}^3}}$$



F77. A nitrogéngáz kísérleti hővezetési együtthatóját felhasználva számítsuk ki a nitrogénmolekulák ütközési hatáskeresztmetszetét 273 K hőmérsékleten. (A számolásokhoz használjuk fel, hogy  $\kappa = 0,0241 \text{ J K}^{-1} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$  273 K-en és 1,00 atm nyomáson.)

$$m = \frac{28 \text{ g/mol}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 4,64962 \cdot 10^{-26} \text{ g} = 4,64962 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

$$\bar{c} = \left( \frac{8kT}{\pi m} \right)^{1/2} = \left( \frac{8 \cdot 1,38066 \cdot 10^{-23} \cdot 273}{\pi \cdot 4,64962 \cdot 10^{-26}} \right)^{1/2} = 454,3454 \text{ m/s}$$

$$C_v = \underbrace{\nu}_{\substack{\uparrow \\ \text{szabadsági fok} \\ \text{(egyatomos molekula 3/2,} \\ \text{kétatomos 5/2)}}} \cdot k \cdot N_A = \nu \cdot R = \frac{5}{2} \cdot 8,314 = 20,785 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{\bar{c} C_v}{3 \sqrt{2} \sigma N_A}$$

⇓

$$\sigma = \frac{\bar{c} C_v}{3 \sqrt{2} \alpha N_A} = \frac{454,3454 \cdot 20,785}{3 \cdot \sqrt{2} \cdot 0,0241 \cdot 6,022 \cdot 10^{23}} = \underline{\underline{1,5337 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2}}$$

F78. A  $\text{CCl}_4$ -molekula diffúziós együtthatója heptánban  $25,0^\circ\text{C}$ -on  $3,17 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Számítsuk ki, mennyi idő szükséges ahhoz, hogy  $x$ -tengely menti elmozdulásának négyzetes középértéke  $5,00 \text{ mm}$  legyen.

$$\langle x^2 \rangle = 2Dt$$

$$x = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$(5 \cdot 10^{-3})^2 = 2 \cdot 3,17 \cdot 10^{-9} \cdot t$$

$$t = 3943,2 \text{ s} = \underline{\underline{1,095 \text{ óra}}} (= 1 \text{ óra } 5 \text{ perc } 43 \text{ s})$$

F79. Számítsuk ki a szaharózmolekula effektív sugarát vízben, 25,0 °C-on, ha a diffúziós együtthatója  $5,20 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , a víz viszkozitása pedig 1,00 cP.

Stokes-Einstein egyenlet (folyadékokra):

$$\left. \begin{aligned} D &= \frac{kT}{\phi} \\ \phi &= 6\pi\eta a \end{aligned} \right\} D = \frac{kT}{6\pi\eta a}$$

$$a = \frac{kT}{6\pi\eta D} = \frac{1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \cdot 298,15 \text{ K}}{6\pi \cdot 0,001 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1} \cdot 5,20 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}} =$$

$$= 4,200 \cdot 10^{-10} \text{ m} = \underline{\underline{420 \text{ pm}}}$$



*Ehhez kinetika is kell (elsőrendű bomlás)!*

F80. A  $^{244}\text{Bk}$  (berkelium) izotóp bomlásakor  $\alpha$ -részecskéket sugároz ki, amelyek azután elektronok befogásával He-atomokká alakulnak. A felezési idő 4,4 óra. Egy milligramm mintát helyeztünk el egy zárt edényben, amely az  $\alpha$ -részecskéket nem engedi át, de egy  $2,0 \mu\text{m}$  sugarú lyuk van az oldalán. Az edény térfogata  $1,0 \text{ cm}^3$ . Mekkora lesz a He-gáz nyomása az edényben 298 K-en

- a. 1,0 óra,
- b. 10 óra múlva?

Elsőrendű reakció:

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{k} = 4,4 \text{ óra} = 15840 \text{ s}$$

$$k = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 4,3759 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

$$pV = nRT = nN_A k_B T = N k_B T$$

$$p = \frac{N k_B T}{V}$$

$$-\frac{dN_{\text{Bk}}}{dt} = k \cdot N_{\text{Bk}} \rightarrow N_{\text{Bk}} = N_0 \cdot e^{-kt}$$

$$\frac{dN_{\text{He}}}{dt} = k \cdot N_{\text{Bk}} - \frac{pA_0}{(2\pi m k_B T)^{1/2}} = k N_0 e^{-kt} - \frac{N_{\text{He}} k_B T A_0}{V (2\pi m k_B T)^{1/2}} = k N_0 e^{-kt} - \mathcal{L} N_{\text{He}}$$

ahol  $\mathcal{L} = \frac{A_0}{V} \cdot \left(\frac{k_B T}{2\pi m}\right)^{1/2}$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_{\text{Bk}}}{dt} &= -k N_{\text{Bk}} + 0 \cdot N_{\text{He}} \\ \frac{dN_{\text{He}}}{dt} &= k N_{\text{Bk}} - \mathcal{L} N_{\text{He}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{Tehát } y_1 &= N_{\text{Bk}} \text{ ; } y_2 = N_{\text{He}} \\ \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} -k & 0 \\ k & -\mathcal{L} \end{vmatrix} \text{ ; } \lambda_1 = -k \text{ ; } \lambda_2 = -\mathcal{L} \\ C_{11} &= N_0 \text{ ; } C_{12} = 0 \end{aligned}$$

$$N_{\text{He}} = c_{21} e^{-kt} - c_{22} e^{-\mathcal{L}t}$$

$$N_{\text{He}}(t=0) = c_{21} - c_{22} = 0 \rightarrow c_{21} = c_{22}$$

$$\frac{dN_{\text{He}}}{dt} = \frac{d(c_{21} e^{-kt} - c_{22} e^{-\mathcal{L}t})}{dt} = -k c_{21} e^{-kt} + \mathcal{L} c_{21} e^{-\mathcal{L}t} = k N_0 e^{-kt} - \mathcal{L} c_{21} e^{-kt} + \mathcal{L} c_{21} e^{-\mathcal{L}t}$$

$$-k c_{21} = k N_0 - \mathcal{L} c_{21}$$

$$c_{21} = \frac{k N_0}{\mathcal{L} - k}$$

$$N_{\text{He}} = \frac{k N_0}{\mathcal{L} - k} (e^{-kt} - e^{-\mathcal{L}t}) = \frac{k N_0}{k - \mathcal{L}} (e^{-\mathcal{L}t} - e^{-kt})$$

*Ebbe az egyenletbe kell behelyettesíteni az adatokat.*

$$A_0 = r^2 \pi = (2 \cdot 10^{-6})^2 \pi = 1,2566 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$$

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$k_B = 1,38066 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

$$m = \frac{4 \text{ g/mol}}{6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}} = 6,6423 \cdot 10^{-27} \text{ g} = 6,6423 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\mathcal{L} = \frac{1,2566 \cdot 10^{-11}}{10^{-6}} \cdot \left(\frac{1,38066 \cdot 10^{-23} \cdot 298}{2\pi \cdot 6,6423 \cdot 10^{-27}}\right)^{1/2} = 3,945589 \cdot 10^{-3}$$

$$N_0 = \frac{0,001 \text{ g}}{244 \text{ g/mol}} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} = 2,4680 \cdot 10^{18} \text{ (db)}$$

a)  $t = 3600 \text{ s} \rightarrow N_{\text{He}} = 2,36449 \cdot 10^{16} \text{ db} \rightarrow p = \underline{\underline{97,28 \text{ Pa}}}$

b)  $t = 36000 \text{ s} \rightarrow N_{\text{He}} = 5,72788 \cdot 10^{15} \text{ db} \rightarrow p = \underline{\underline{23,57 \text{ Pa}}}$

A differenciálegyenlet-rendszert általában

$$\frac{dy_1}{dt} = A_{11} y_1 + A_{12} y_2$$

$$\frac{dy_2}{dt} = A_{21} y_1 + A_{22} y_2$$

Ezzel a megoldással:

$$y_1 = c_{11} e^{-\lambda_1 t} + c_{12} e^{-\lambda_2 t}$$

$$y_2 = c_{21} e^{-\lambda_1 t} + c_{22} e^{-\lambda_2 t}$$

ahol  $\lambda_1$  és  $\lambda_2$

az  $\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix}$  matrix sajátértékei és a

$c_{11} - c_{21}$  értékek olyan konstansok, amiket az A értékek és a kezdeti feltételek ismeretében adhatunk meg

differenciálegyenlet-rendszer



F81. Egy fémgolyó sűrűsége  $8,8 \text{ g cm}^{-3}$ . Töltsünk az „eső golyó” viszkoziméterbe lögyapotoldatot. A golyó  $38 \text{ s}$  alatt esik le a két jel között. A lögyapotoldat sűrűsége  $1,6 \text{ g cm}^{-3}$ , a kinematikus viszkozitása  $2,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$   $20 \text{ }^\circ\text{C}$ -on. Egy azonos sűrűségű oldatban azonos körülmények között a golyó esési ideje  $31,9 \text{ s}$ . Számítsuk ki az oldat kinematikus viszkozitását.

$$v = \frac{h}{t} = \frac{2g}{9\eta} (\rho_{\text{kel.}} - \rho_{\text{foly.}}) r^2 \quad \text{és} \quad v = \frac{\eta}{\rho}$$

Ha a sűrűségek megegyeznek, akkor  $\frac{\eta_1}{t_1} = \frac{\eta_2}{t_2}$

(Ha nem egyeznek a sűrűségek, akkor is  $\frac{v_1}{t_1} = \frac{v_2}{t_2}$ )

1: lögyapot

2: azonos sűrűségű oldat

$$\frac{2,3 \cdot 10^{-3}}{38} = \frac{v_2}{31,9}$$

$$v_2 = \underline{\underline{1,931 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}}}$$

- F82. A viszkozimétert benzollal hitelesítjük, amelynek a dinamikus viszkozitása 20,0 °C-on  $6,47 \cdot 10^{-4}$  Pa s, sűrűsége  $0,8794 \text{ g cm}^{-3}$ , átfolyási ideje pedig 183 s. Az etanol sűrűsége  $0,7893 \text{ g cm}^{-3}$  20,0 °C-on, átfolyási ideje pedig 378 s. Mekkora az etanol dinamikus viszkozitása ezen a hőmérsékleten?

$$\frac{\eta_2}{\eta_1} = \frac{\rho_2 t_2}{\rho_1 t_1}$$

1: benzol  
2: etanol

$$\eta_2 = \frac{\rho_2 t_2 \eta_1}{\rho_1 t_1} = \frac{0,7893 \cdot 378 \cdot 6,47 \cdot 10^{-4}}{0,8794 \cdot 183} =$$

$$= \underline{\underline{0,0011995 \text{ Pa s}}}$$

- F83. Egy 0,1588 cm átmérőjű acélgolyó olajat tartalmazó, 2,00 cm átmérőjű csőben 15,0 cm-t esik 16,7 s alatt. Az olaj sűrűsége  $0,96 \text{ g cm}^{-3}$ , a golyóé  $7,65 \text{ g cm}^{-3}$ . Határozzuk meg az olaj dinamikus viszkozitását.

$$r_{\text{golyó}} = 0,0794 \text{ cm} = 7,94 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$h = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$$

$$\rho_{\text{olaj}} = 0,96 \text{ g/cm}^3 = 960 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{acél}} = 7,65 \text{ g/cm}^3 = 7650 \text{ kg/m}^3$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$v = \frac{h}{t} = \frac{2g}{9\eta} (\rho_{\text{acél}} - \rho_{\text{olaj}}) r^2$$

$$\eta = \frac{2gt}{9h} (\rho_{\text{acél}} - \rho_{\text{olaj}}) r^2 = \underline{\underline{10236 \text{ Pa}\cdot\text{s}}}$$

F84. Közel gömb alakú részecskékből álló porszerű anyagot vízzel töltött edényben üleptenek. Az anyag részecskéi 50,0 cm-es utat 1254,3 s alatt tesznek meg. Az anyag sűrűsége 20,0 °C-on  $3,151 \text{ g cm}^{-3}$ . Számítsuk ki a részecskék sugarát a Stokes-törvény alapján. A víz sűrűsége 20,0 °C-on  $0,9982 \text{ g cm}^{-3}$ , viszkozitása ugyanezen a hőmérsékleten 1,005 cP.

$$v = \frac{h}{t} = \frac{2g}{9\eta} (\rho_{\text{szil.}} - \rho_{\text{foly.}}) r^2$$

Mindent SI mértékegységben kell behelyettesíteni a képletbe:

$$h = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$\eta = 1,005 \text{ cP} = 1,005 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

$$t = 1254,3 \text{ s}$$

$$\rho_{\text{szil.}} = 3,151 \text{ g/cm}^3 = 3151 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_{\text{foly.}} = 0,9982 \text{ g/cm}^3 = 998,2 \text{ kg/m}^3$$

$$r = \sqrt{\frac{g h \eta}{t (\rho_{\text{szil.}} - \rho_{\text{foly.}}) \cdot 2g}} = \underline{\underline{9,239 \cdot 10^{-6} \text{ m}}}$$



F85. A kis  $A$  keresztmetszetű, hosszú csövet oldószerrel töltjük meg, majd a cső egyik pontjába nagyon keskeny sávban  $n_0$  anyagmennyiségű oldandó anyagot viszünk be. Az  $x$  tengely kezdőpontját az utóbbi pontba helyezzük és a tengelyt a cső tengelyével párhuzamosan vesszük fel. A bevitt anyag diffúziós szétterjedését ekkor a

$$c(x,t) = \frac{n_0}{A\sqrt{4\pi Dt}} e^{-x^2/4Dt}$$

képlet írja le, ahol  $c$  a diffundáló anyagfajta koncentrációja,  $x$  a térkoordináta,  $t$  az idő,  $D$  pedig a diffúziós együttható. Legyen  $x_0$  rögzített hely a cső mentén. Mutassuk meg, hogy az  $x_0$ -beli megfigyelő a koncentráció fokozatos időbeli növekedését, majd csökkenését méri. Hogyan használható fel ez a jelenség  $D$  meghatározására?

	$t=0$	$t=\infty$ -ben vett határérték	Érzékelés
$e^{-\frac{x_0^2}{4Dt}}$	0	1	0-1
$\frac{n_0}{A\sqrt{4\pi Dt}}$	$\infty$	0	$\infty-0$
Teljes $c(x,t)$ függvény	0	0	pozitív

Maximumhoz tartozó idő:  $t_{\max}$ . Ezt kell mérni.

$$0 = \frac{dc(x_0,t)}{dt} = \frac{n_0}{A\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x_0^2}{4Dt}} \cdot \frac{x_0^2}{4Dt^2} - \frac{n_0}{2At\sqrt{4\pi Dt}} e^{-\frac{x_0^2}{4Dt}}$$

$$\frac{n_0 x_0^2 e^{-\frac{x_0^2}{4Dt}}}{A\sqrt{4\pi Dt} \cdot 4Dt^2} = \frac{n_0 e^{-\frac{x_0^2}{4Dt}}}{2At\sqrt{4\pi Dt}}$$

$$\frac{x_0^2}{4Dt^2} = \frac{1}{2t}$$

$$\underline{t_{\max} = \frac{x_0^2}{2D}}$$

ebből  $x_0$  ismeretében  $D$  kánuolható.

Ha több időpontban mérjük a koncentrációt, akkor a megadott függvény illeszthető, és abból  $D$  meghatározható.

## Önellenőrző (igaz/hamis) tesztkérdések

- T31. A hővezetés <sup>energia</sup> impulzustranszportot jelent.  $\#$
- T32. A nehezebben folyó folyadék viszkozitása <sup>nagyobb</sup> kisebb.  $\#$
- T33. A dinamikus (dinamikai) viszkozitás:  $\nu = \eta/\rho$ , ahol  $\eta$  a (dinamikai) viszkozitás,  $\rho$  pedig a sűrűség.  $\#$
- T34. A diffúzió során a közeg nem mozog, a konvekció során pedig mozog.  $\#$
- T35. A diffúziós áramsűrűség az  $x$  irányban (Fick I. törvénye)  $J_x = -D \frac{\partial c}{\partial x}$ , ahol  $D$  a diffúziós együttható, a tört pedig a  $c$  koncentráció  $x$  koordináta szerinti parciális deriváltja.  $\#$
- T36. A diffúzió parciális differenciálegyenlete (Fick II. törvénye)  $\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$ , amennyiben a diffundáló anyagnak sem forrása, sem pedig nyelője nincs a közegben. Itt  $c$  a diffundáló anyag koncentrációja;  $D$  a diffúziós együttható;  $t$  az idő,  $x$  pedig az  $x$  koordináta.  $\#$
- T37. A hővezetés parciális differenciálegyenlete alakilag pontosan megegyezik a diffúzióéval, csupán  $c$  helyére kell  $T$ -t írni,  $D$  helyére pedig egy másik (rendszerint  $a^2$  jelölésű) állandót.  $\#$
- T38. A hővezetés során a mozgó közeg szállítja az energiát.  $\#$
- T39. A hőáramlás vagy hőkonvekció során a közeg nem mozog, csak a hő áramlik gyorsabban benne, mint a hővezetésnél.  $\#$
- T40. Az  $x$  irányú hőáram sűrűsége  $J_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$ , ahol  $T$  az abszolút hőmérséklet,  $x$  az  $x$  koordináta,  $\kappa$  a hővezetési együttható (tényező), a tört pedig a  $T$  hőmérséklet  $x$  koordináta szerinti második deriváltja.  $\#$
- T41. A kinetikus gázelméletből tökéletes gázra:  $D = \frac{1}{3} \lambda \bar{c}$ , ahol  $D$  a diffúziós együttható,  $\lambda$  a közepes szabad úthossz,  $\bar{c}$  pedig a részecskék átlagos koncentrációja.  $\#$
- T42. A kinetikus gázelméletből tökéletes gázra:  $\kappa = \frac{1}{3} \lambda \bar{c} C_{V,m}[A]$ , ahol  $\kappa$  a hővezetési együttható,  $\lambda$  a közepes szabad úthossz,  $\bar{c}$  a hővezető részecskék átlagos koncentrációja,  $C_{V,m}$  az állandó térfogathoz tartozó moláris hőkapacitás,  $[A]$  pedig a jelen levő idegen (hígító) anyag koncentrációja.  $\#$
- T43. A kinetikus gázelméletből tökéletes gázra:  $\eta = \frac{1}{3} M \lambda \bar{c} [A]$ , ahol  $\eta$  a viszkozitás,  $M$  a gáz moláris tömege,  $\lambda$  a közepes szabad úthossz,  $\bar{c}$  a részecskék átlagos sebessége,  $[A]$  pedig a részecskék koncentrációja.  $\#$
- T44. A diffúziós együtthatóra  $D = \frac{kT}{6\pi\eta r}$ , ahol  $k$  a Boltzmann-állandó,  $T$  a hőmérséklet,  $\eta$  a közeg viszkozitása,  $r$  pedig a diffundáló részecske (alkalmasan értelmezett) sugara.  $\#$
- T45. Anyu kinyitja a konyhaajtót, s a távoli szobában apu *máris* érzi a finom ebéd illatát. A konyha és a szoba között főként a diffúzió szállítja az illatanyagokat.  $\#$   
*A diffúzió lassú!*